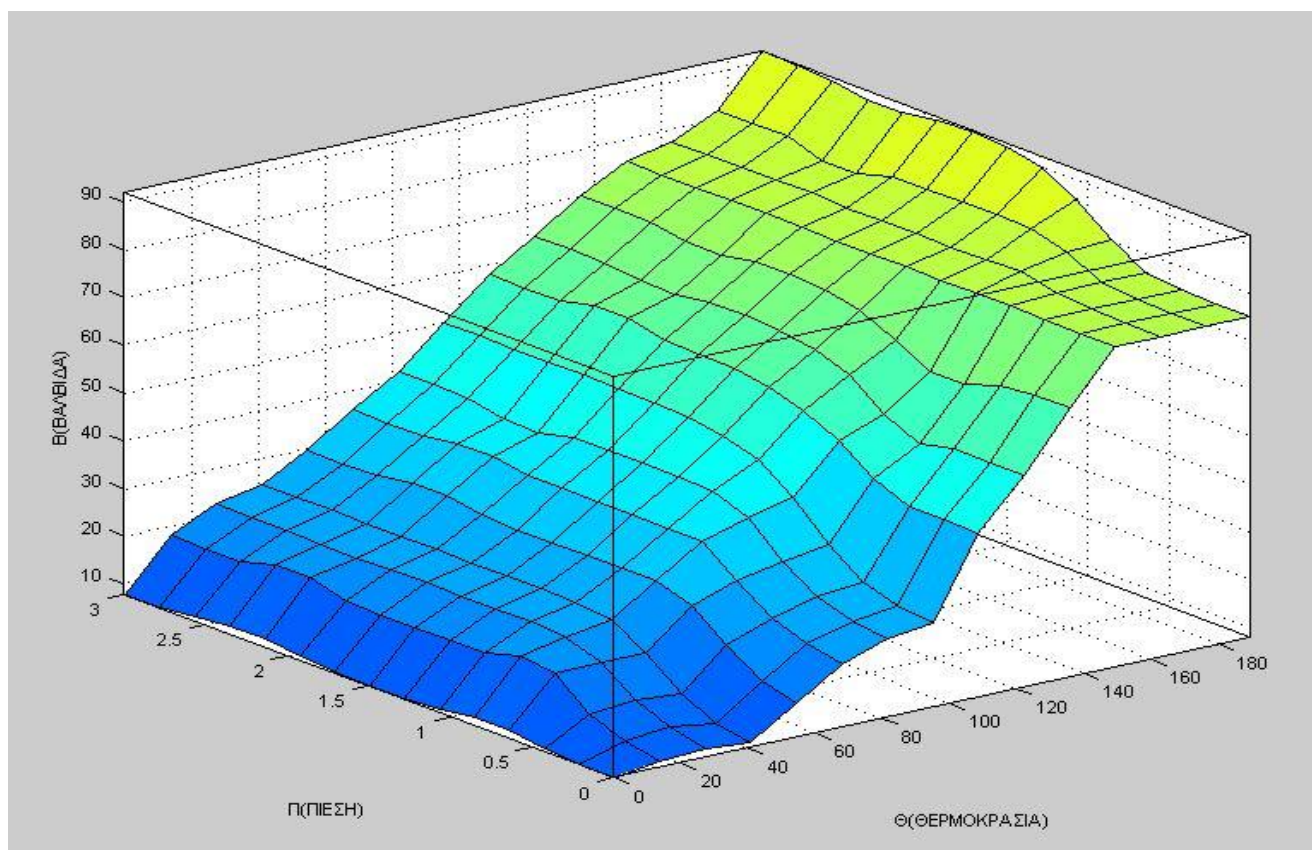


ΤΕΙ ΛΑΜΙΑΣ

Τμήμα Ηλεκτρονικής

Εργασία για το μάθημα: Εφαρμογές Ασαφούς Λογικής (Fuzzy Logic)



Λέβητας Fuzzy Logic

Εφαρμογή Ασαφούς Λογικής: Ένα Ασαφές Σύστημα Ελέγχου για
Λέβητα-με χρήση και του MATLAB

Σπουδαστές: 1) Μπαρμπάκος Δημήτριος

2) Τζούτζης Έλτον-Αντώνιος

Διδάσκων: Καθηγητής, Δρ. Γιάννης Θεοδώρου

Λαμία, Ιούνιος 2013

Περιεχόμενα

1. Λέβητας Fuzzy Logic

1.1. Τι είναι η ασαφής λογική.....	2
1.2. Ασαφή συστήματα ελέγχου.....	3
1.3. Εφαρμογή Ασαφούς Λογικής: Ένα Ασαφές Σύστημα Ελέγχου για Λέβητα-με χρήση και του MATLAB.....	4
1.4. Είσοδοι – Έξοδοι και Ασαφείς Κανόνες του Ασαφούς Συστήματος – MATLAB.....	5
1.5. Αποασαφοποίηση.....	9
1.6. Βιβλιογραφία.....	12

1.1 Τι είναι η ασαφής λογική;

Τι σημαίνει ασαφής λογική; Πώς μπορεί μία λογική που είναι «ασαφής» να είναι χρήσιμη; Ο Lofti Zadeh, ο δημιουργός της ασαφούς λογικής, ισχυρίζεται ότι ένας υπολογιστής δεν μπορεί να λύσει προβλήματα όπως ένας άνθρωπος εκτός αν είναι δυνατό να «σκέφτεται» με τον χαρακτηριστικό τρόπο ενός ανθρώπου. Οι άνθρωποι καταφεύγουμε συχνά σε μη ακριβείς εκφράσεις όπως είναι τα επιρρήματα «συχνά», «μακριά», «πολύ». Όμως, η αντίληψη του υπολογιστή είναι περιορισμένη σε άσπρο-μαύρο, όλα-τίποτα, σωστό-λάθος, 0 και 1. Ο Zadeh, παρατήρησε ότι εύκολα παρασυρόμαστε από την επιθυμία να έχουμε την υψηλότερη δυνατή ακρίβεια, χωρίς να δίνουμε σημασία στον όχι ακριβή χαρακτήρα της πραγματικότητας.

Υπάρχουν πολλοί τομείς που δε μπορούν να καλυφθούν από την συνηθισμένη θεωρία των συνόλων. Το σύνολο «όλων των τριγώνων» ή «όλων των ανθρώπων με το όνομα Βασίλης» είναι εύκολο να καλυφθεί από τη συμβατική θεωρία των συνόλων. Το όνομα κάποιου είναι Βασίλης ή δεν είναι. Δεν υπάρχει μέση κατάσταση. Όμως τα σύνολα «όλοι οι έξυπνοι επιστήμονες» ή «όλοι οι άνθρωποι με ακριβό αυτοκίνητο», είναι πολύ πιο περίπλοκα και δε μπορούμε να τα χειριστούμε με «ψηφιακό» τρόπο σκέψης του 0 και του 1. Και αυτό γιατί δεν υπάρχει τρόπος να βρούμε ένα ακριβές κατώφλι για να γίνει ο διαχωρισμός μεταξύ ακριβού και μη ακριβού αυτοκινήτου ή έξυπνου και μη έξυπνου ανθρώπου. Υπάρχουν, φυσικά, αυτοκίνητα, όπως η Jaguar, που δε χωράει αμφιβολία ότι είναι ακριβά, για άλλα όμως οι απόψεις δίστανται.

- **Γιατί χρησιμοποιούμε την ασαφή λογική;**

Τα «εργαλεία» που χρησιμοποιούν οι επιστήμονες σε προβλήματα τεχνητής νοημοσύνης είναι αρκετές φορές πολύ ακριβή για να μπορέσουν να τα βγάλουν πέρα με την ασάφεια που κυριαρχεί σε αυτά.

Όπως αναφέρθηκε, με την συνήθη λογική, κάποιο πράγμα είναι είτε σωστό είτε λάθος. Η ασαφής λογική αποτελεί διεύρυνση της συμβατικής λογικής. Ανάμεσα στο άσπρο και στο μαύρο εισάγει και μια γκριζα περιοχή. Έτσι, εκτός από «σωστό» και «λάθος», έχουμε π.χ. «σχεδόν σωστό» ή «μερικώς λάθος». Δεν χρησιμοποιεί δηλαδή τον ψηφιακό τρόπο σκέψης, με τον οποίο γίνεται ο προγραμματισμός στους υπολογιστές, αλλά μπορεί να προσομοιωθεί με κατάλληλο κώδικα. Υπάρχουν μάλιστα ειδικά προγράμματα όπως το fuzzy tech με τα οποία μπορεί κανείς να σχεδιάσει ένα σύστημα ασαφούς λογικής, χωρίς να χρειάζεται να προγραμματίζει κατευθείαν σε κώδικα αλλά με τη βοήθεια κάποιας διεπιφάνειας (interface) γραφικών μπορεί να ορίσει τις κατάλληλες συναρτήσεις βάρους και τις άλλες παραμέτρους του συστήματος, και γίνεται αυτόματη μετατροπή σε γλώσσα FTL (Fuzzy Technology Language).

Η σχεδίαση ενός συστήματος ασαφούς λογικής είναι διαφορετική από τον συνήθη προγραμματισμό. Σαν παράδειγμα μπορεί να αναφερθεί μια τακτική που ακολουθείται σε πολύπλοκα προβλήματα: Ο προγραμματιστής ορίζει την επιθυμητή συμπεριφορά του συστήματος (ή μέρους του συστήματος) διαμέσου παραδειγμάτων, αντί να φτιάξει ο ίδιος έναν-έναν τους κανόνες και να ορίσει τις μεταβλητές. Έτσι, η συνάρτηση βάρους κάθε μεταβλητής ορίζεται από το ίδιο το πρόγραμμα.

1.2 Ασαφή συστήματα ελέγχου.

Ο βρετανός μηχανικός **EBRAHIM MAMDANI** ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε ασαφή συστήματα σε ένα πρακτικό σύστημα ελέγχου και συνέβη σχεδόν τυχαία. Στις αρχές του 1970 κατασκεύαζε ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου για μια ατμομηχανή χρησιμοποιώντας την εμπειρία ενός χειριστή.

Το αρχικό σχέδιο ήταν να φτιάξει ένα σύστημα βασισμένο στη θεωρία της κρίσης του BAYES, μια μέθοδο που προσδιορίζει τις πιθανότητες σε αβέβαιες καταστάσεις οι οποίες θεωρούν καταστάσεις μετά το γεγονός του να αλλάξω τα προγνωστικά για μελλοντικά αποτελέσματα.

Ο χειριστής ρύθμιζε την ισχύ και την θερμοκρασία του λέβητα όπως επιβάλλεται ώστε να διατηρήσει την ταχύτητα του ατμού και την πίεση του λέβητα. Ο MAMDANI ενσωμάτωσε την ανταπόκριση του χειριστή σε ένα “έξυπνο” αλγόριθμο που έμαθε να ελέγχει η μηχανή. Πολύ νωρίς ανακάλυψε πως ο αλγόριθμος λειτουργούσε πολύ αργά σε σχέση με τον άνθρωπο που τον χειριζόταν. Σκέφτηκε πως μια καλύτερη μέθοδος θα ήταν να δημιουργήσει μια ιδανική περιγραφή της συμπεριφοράς της μηχανής. Θα μπορούσε να συνεχίσει να αναπτύσσει τον έλεγχο εκ μάθησης.

Αντί αυτού αποφάσισε με τους συνεργάτες του να χρησιμοποιήσουν μια μέθοδο τεχνητής νοημοσύνης το οποίο ονόμασαν **RULE-BASED EXPERT SYSTEM**; η οποία συνδυάζει την ανθρώπινη εμπειρία με μια σειρά λογικών εντολών για να χρησιμοποιήσουν τη γνώση.

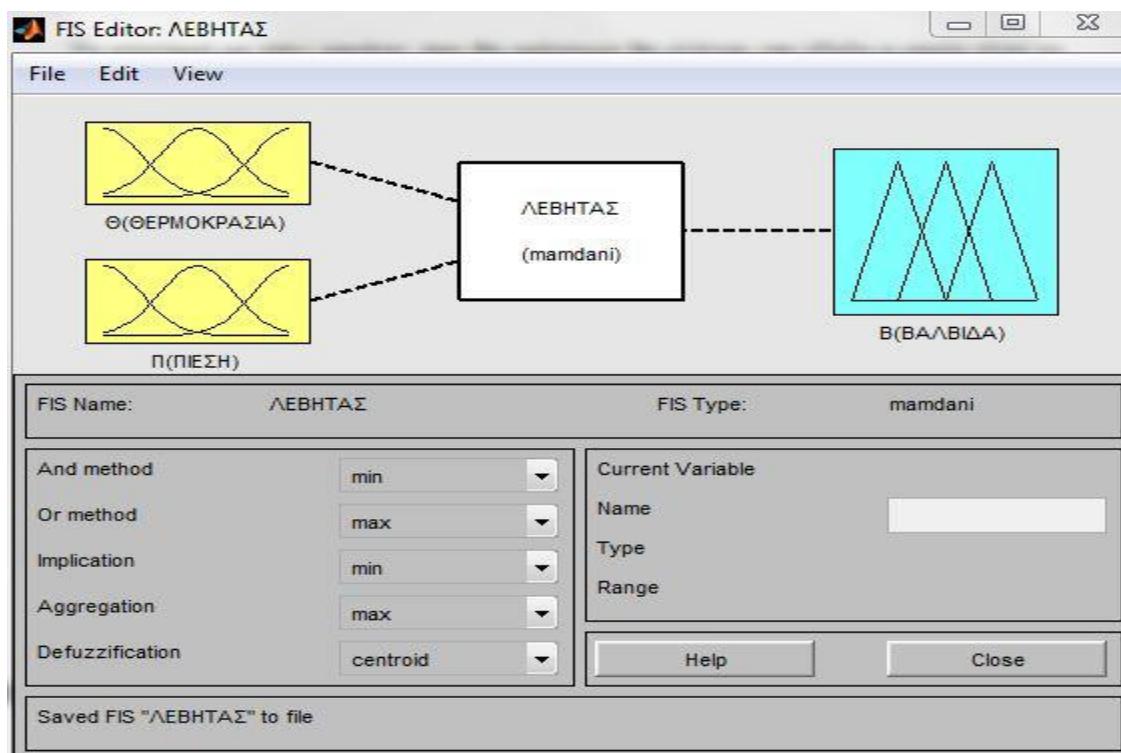
Καθώς προσπαθούσαν να γράψουν παραδοσιακές εντολές χρησιμοποίησαν την γλώσσα υπολογιστών LISP, έτυχε μπροστά τους ένα σημείωμα του **LOTFI ZADEH** που αναφερόταν στην χρησιμοποίηση των ασαφών εντολών και στους αλγόριθμους για ανάλυση και λήψη αποφάσεων σε σύνθετα συστήματα. Αμέσως αποφάσισε να δοκιμάσει την ασάφεια και μέσα σε μια βδομάδα είχε διαβάσει τις σημειώσεις του **ZADEH** και παρήγαγε ένα ασαφή ελεγκτή. Όπως ο ίδιος είχε γράψει “*ήταν εκπληκτικό το πόσο εύκολο ήταν να σχεδιάσεις έναν ελεγκτή **RULE BASED** βασισμένο στο συνδυασμό γλωσσολογικών και μαθηματικών μεταβλητών*”.

1.3 Εφαρμογή Ασαφούς Λογικής: Ένα Ασαφές Σύστημα Ελέγχου για Λέβητα-με χρήση και του MATLAB.

Ο λέβητας είναι το μεγαλύτερο τμήμα των εγκαταστάσεων ισχύος. Σκοπός του λέβητα είναι η μετατροπή της χημικής ενέργειας των καυσίμων σε μια μορφή ενέργειας ευκολότερα ελεγχόμενη και χρησιμοποιούμενη. Ο λέβητας παράγει υπέρθερμο ατμό τον οποίο στην πλειοψηφία των περιπτώσεων αναθερμαίνει αφού πρώτα ο ατμός περάσει από βαθμίδα του στροβίλου. Παρά το μεγάλο του μέγεθος, ο λέβητας είναι ένα πολύ αποδοτικό τμήμα των εγκαταστάσεων ισχύος. Η αύξηση του βαθμού απόδοσης των λεβήτων, υποβοηθήθηκε σημαντικά με την προσθήκη διάφορων βοηθητικών εξαρτημάτων. Οι ατμολέβητες αποτελούνται βασικά από δύο βρόγχους (ξεχωριστούς αλλά που έχουν σχέση μεταξύ τους) : τον βρόγχο καύσης και τον βρόγχο ατμού-νερού. Με την πάροδο του χρόνου, ο κλασικός λέβητας βελτιώθηκε και μετατράπηκε σε ατμογεννήτρια, με την προσθήκη διάφορων εξαρτημάτων που αυξάνουν το βαθμό απόδοσης του βασικού λέβητα. Πρώτα προστέθηκε ο υπερθερμαντής έτσι ώστε ο ατμός να θερμαίνεται σε θερμοκρασία πάνω απ' τη θερμοκρασία κορεσμού. Ο υπερθερμαντής, μολονότι δεν αυξάνει σημαντικά την αποδοτικότητα του λέβητα, βελτιώνει την αποδοτικότητα του συνολικού θερμικού κύκλου. Στη συνέχεια προστέθηκε ο οικονομητήρας για να ανακτηθεί μέρος της θερμότητας που αλλιώς θα αποβαλλόταν. Το νερό τροφοδοσίας που μπαίνει στον οικονομητήρα, θερμαίνεται από τα καυσαέρια πριν αυτά αποβληθούν, οπότε χρειάζεται λιγότερη θερμότητα από την εστία προκειμένου το νερό να ατμοποιηθεί . Μια άλλη βελτίωση ήταν η εγκατάσταση προθερμαντή αέρα στην ροή των καυσαερίων (μετά τον οικονομητήρα) για την ανάκτηση και πρόσθετης θερμότητας από αυτή που αποβάλλεται . Ο προθερμαντής αέρα, μεταφέρει θερμότητα από τα καυσαέρια στον αέρα καύσης. Η θέρμανση του αέρα, πριν αυτός μπει στην εστία, οδηγεί σε μικρότερη απαίτηση θερμότητας από την εστία. Οι παραπάνω βελτιώσεις έγιναν με προσθήκη διαφόρων εξαρτημάτων. Έγινε όμως και μία θεμελιώδης αλλαγή στην ίδια τη δομή του λέβητα. Η αλλαγή προήλθε από το γεγονός ότι από τα πυρίμαχα τοιχώματα της εστίας, υπήρχε σημαντική απώλεια θερμότητας. Έτσι ο λέβητας τροποποιήθηκε με την προσθήκη σωλήνων νερού που παραλαμβάνουν τη θερμότητα αυτή. Ολόκληρη η εστία επενδύθηκε με τους σωλήνες αυτούς. Το επόμενο βήμα ήταν η κατάργηση του αρχικού τύπου των υδραυλών, αφού τώρα οι αυλοί της εστίας εξυπηρετούσαν τον ίδιο σκοπό. Στις νεότερες κατασκευές, μεταξύ των αυλών συγκολλούνται ελάσματα και συγκροτείται μια ενιαία συνεχής στεγανή επιφάνεια η μεμβράνη.

1.4 Είσοδοι – Έξοδοι και Ασαφείς Κανόνες του Ασαφούς Συστήματος – MATLAB.

Θεωρούμε ένα ασαφές σύστημα που ελέγχει τη λειτουργία ενός λέβητα με δύο εισόδους, τη **θερμοκρασία** και τη **πίεση** και μία έξοδο **το άνοιγμα της βαλβίδας (%)**, δηλ. στο MATLAB μετά την εντολή *fuzzy* θα έχουμε:



1^η Είσοδος-Θ(Θερμοκρασία) : Η είσοδος προσδιορίζουμε να παίρνει πέντε τιμές, ΠΧ (ΠΟΛΥ ΧΑΜΗΛΗ), Χ (ΧΑΜΗΛΗ), Κ (ΚΑΝΟΝΙΚΗ), Υ (ΥΨΗΛΗ) και ΠΥ (ΠΟΛΥ ΥΨΗΛΗ) .

2^η Είσοδος-Π(Πίεση) : Η πίεση να έχει τρεις τιμές, Χ (ΧΑΜΗΛΗ), Κ (ΚΑΝΟΝΙΚΗ) και Υ (ΥΨΗΛΗ) .

Έξοδος-Β(Βαλβίδα) : (ΔΥΝΑΤΟ ΚΛΕΙΣΙΜΟ, ΚΛΕΙΣΙΜΟ, ΜΕΤΡΙΟ ΑΝΟΙΓΜΑ, ΑΝΟΙΓΜΑ, ΔΥΝΑΤΟ ΑΝΟΙΓΜΑ).

Θεωρούμε ότι για το ασαφές αυτό σύστημα ισχύει ο διαστάσεων (5X3), FAM(Fuzzy Associative Memory) πίνακας των αποθηκευμένων ασαφών κανόνων του Συστήματος, που έχει καθοριστεί ως εξής:

FAM(Fuzzy Associative Memory) Πίνακας :

Άνοιγμα βαλβίδας		Π(Πίεση)		
		X	K	Y
Θ(Θερμοκρασία)	ΠX	ΔK	ΔK	ΔK
	X	ΔK	K	K
	K	K	MA	MA
	Y	A	A	A
	ΠY	A	ΔA	ΔA

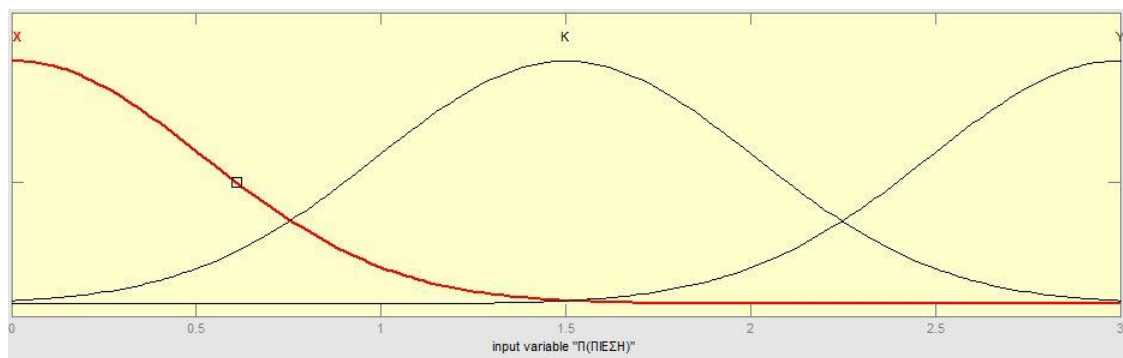
Από τον δοθέντα FAM-Πίνακα προκύπτει ότι, στο σύστημα αυτό έχουμε δεκαπέντε ασαφείς κανόνες R_1, \dots, R_{15} πού είναι αποθηκευμένοι στον fuzzy ελεγκτή και ελέγχουν τη λειτουργία του εκκρεμούς, ως εξής:

- R_1 : AN “Θ είναι ΠX και Π είναι X”, TOTE “B είναι ΔK”,
- R_2 : AN “Θ είναι ΠX και Π είναι K”, TOTE “B είναι ΔK”,
- R_3 : AN “Θ είναι ΠX και Π είναι Y”, TOTE “B είναι ΔK”,
- R_4 : AN “Θ είναι X και Π είναι X”, TOTE “B είναι ΔK”,
- R_5 : AN “Θ είναι X και Π είναι K”, TOTE “B είναι K”,
- R_6 : AN “Θ είναι X και Π είναι Y”, TOTE “B είναι K”,
- R_7 : AN “Θ είναι K και Π είναι X”, TOTE “B είναι K”,
- R_8 : AN “Θ είναι K και Π είναι K”, TOTE “B είναι MA”,
- R_9 : AN “Θ είναι K και Π είναι Y”, TOTE “B είναι MA”,
- R_{10} : AN “Θ είναι Y και Π είναι X”, TOTE “B είναι A”,
- R_{11} : AN “Θ είναι Y και Π είναι K”, TOTE “B είναι A”,
- R_{12} : AN “Θ είναι Y και Π είναι Y”, TOTE “B είναι A”,
- R_{13} : AN “Θ είναι ΠY και Π είναι X”, TOTE “B είναι A”,
- R_{14} : AN “Θ είναι ΠY και Π είναι K”, TOTE “B είναι ΔA”,
- R_{15} : AN “Θ είναι ΠY και Π είναι Y”, TOTE “B είναι ΔA”,

Όπως και οι ασαφείς κανόνες συμβολικά:

$R_1\{\Pi X, X; \Delta K\}$, $R_2\{\Pi X, K; \Delta K\}$, $R_3\{\Pi X, Y; \Delta K\}$, $R_4\{X, X; \Delta K\}$, $R_5\{X, K; K\}$,
 $R_6\{X, Y; K\}$, $R_7\{K, X; K\}$, $R_8\{K, K; MA\}$, $R_9\{K, Y; MA\}$, $R_{10}\{Y, X; A\}$, $R_{11}\{Y, K;$
 $A\}$, $R_{12}\{Y, Y; A\}$, $R_{13}\{\Pi Y, X; A\}$, $R_{14}\{\Pi Y, K; \Delta A\}$, $R_{15}\{\Pi Y, Y; \Delta A\}$.

Ακολουθούν οι λεκτικές τιμές των 2 μεταβλητών εισόδου και της μοναδικής εξόδου.

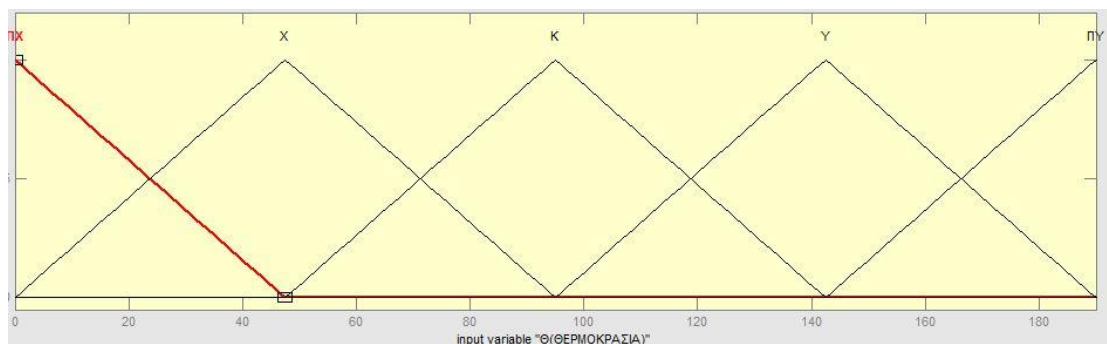


Για τη πίεση θεωρούμε τρεις καμπανοειδείς ή γκαουσιανές λεκτικές τιμές-
 linguistic values (από 0 έως 3 bar), ως εξής:

ΧΑΜΗΛΗ (0.5,0.009)

ΚΑΝΟΝΙΚΗ (0.35,1.5)

ΥΨΗΛΗ (0.5,2.98)



Για τη θερμοκρασία έχουμε πέντε τριγωνικές (από 0 έως 200 βαθμούς Κελσίου).

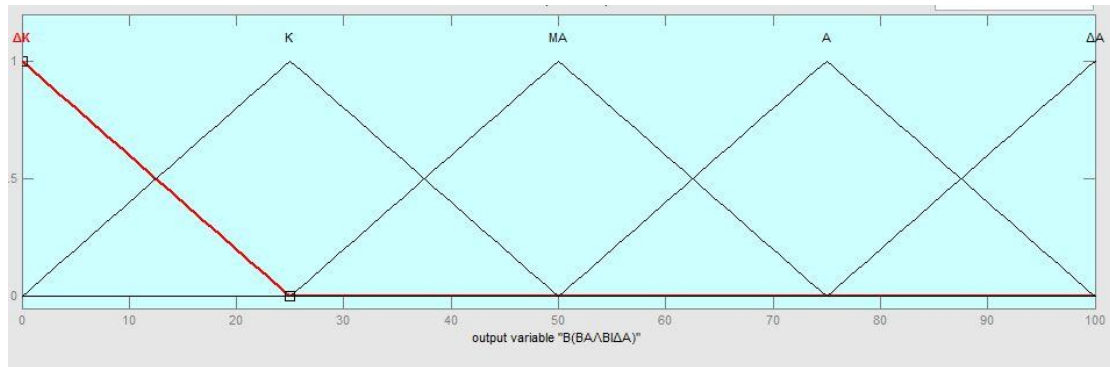
ΠΟΛΥ ΧΑΜΗΛΗ(0,0,47.5)

ΧΑΜΗΛΗ(0,47,94.5)

ΚΑΝΟΝΙΚΗ(47.5,95,142.5)

ΥΨΗΛΗ(94.5,142,189.5)

ΠΟΛΥ ΥΨΗΛΗ(143,200,200)



Για την έξοδο έχουμε επίσης 5 τριγωνικές που εκφράζουν το ποσοστιαίο άνοιγμα της βαλβίδας (από 0 % έως 100 %).

ΔΚ(ΔΥΝΑΤΟ ΚΛΕΙΣΙΜΟ) (0,0,25)

Κ(ΚΛΕΙΣΙΜΟ) (0,25,50)

ΜΑ(ΜΕΣΑΙΟ ΑΝΟΙΓΜΑ) (25,50,75)

Α(ΑΝΟΙΓΜΑ) (50,75,100)

ΔΑ(ΔΥΝΑΤΟ ΑΝΟΙΓΜΑ) (75,100,100)

1.5 Αποασαφοποίηση

Χρησιμοποιούμε για την αποασαφοποίηση την καταλληλότερη μέθοδο στη περίπτωση μας ενός fuzzy Συστήματος η οποία είναι η μέθοδος του <<κέντρο βάρους αποασαφοποίηση-centroid defuzzification>>. Η τελική αριθμητική έξοδος κατά τη μέθοδο αποασαφοποίησης του κέντρου βάρους είναι διαισθητικά ο γεωμετρικός μέσος που χωρίζει την περιοχή του ασαφούς συνόλου β σε δύο ίσα μέρη και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$F(x) = (\text{κέντρο βάρους } B) = \beta = \frac{\int \mu(y) \cdot y dy}{\int \mu(y) dy}$$

Τα σημεία του πρώτου παραδείγματος :

$$A = (0, 0.6)$$

$$B = (11.4, 0.6)$$

$$\Gamma = (20.42, 0.18)$$

$$\Delta = (45.7, 0.18)$$

$$E = (50, 0)$$

Τα ευθύγραμμα τμήματα:

$$AB = 0.6$$

$$B\Gamma = \frac{\Psi - 0.6}{0.18 - 0.6} = \frac{X - 11.4}{20.42 - 11.4}$$

$$B\Gamma = 1.12 - 0.04y$$

$$\Gamma\Delta = 0.18$$

$$\Delta E = 2.09 - 0.04y$$

Το κέντρο βάρους β ισούται με :

$$\beta = \frac{\int \mu(y) \cdot y dy}{\int \mu(y) dy}$$

$$\frac{\int_0^{11.4} (0.6)y dy + \int_{11.4}^{20.42} (1.12 - 0.04y)y dy + \int_{20.42}^{45.7} (0.18)y dy + \int_{45.7}^{50} (2.09 - 0.04y)y dy}{\int_0^{11.4} 0.6 dy + \int_{11.4}^{20.42} (1.12 - 0.04y) dy + \int_{20.42}^{45.7} 0.18 dy + \int_{45.7}^{50} (2.09 - 0.04y) dy}$$

Για τον αριθμητή :

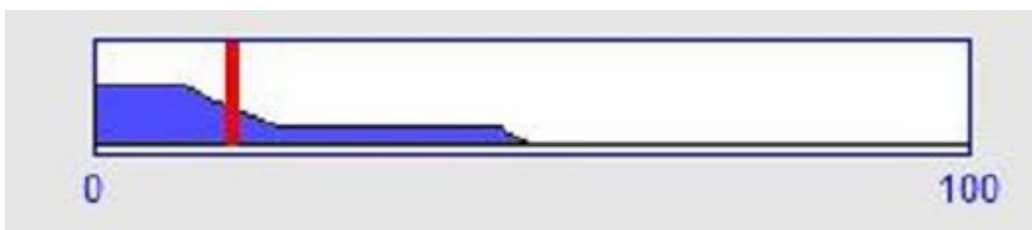
- $\int_0^{11.4} (0.6)y dy = 0.6 \left(\frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^{11.4} = 0.6 \left(\frac{11.4^2}{2} - 0 \right) = 38.99$ (1)

- $\int_{11.4}^{20.42} (1.12 - 0.04y)ydy = \int_{11.4}^{20.42} 1.12ydy - \int_{11.4}^{20.42} 0.04y^2dy = 1.12 \left(\frac{y^2}{2} \right) \Big|_{11.4}^{20.42} - 0.04 \left(\frac{y^3}{3} \right) \Big|_{11.4}^{20.42} = 1.12 \left(\frac{20.42^2}{2} - \frac{11.4^2}{2} \right) - 0.04 \left(\frac{20.42^3}{3} - \frac{11.4^3}{3} \right) = 20.066(2)$
- $\int_{20.42}^{45.7} (0.18)ydy = 0.18 \left(\frac{45.7^2}{2} - \frac{20.42^2}{2} \right) = 0.18(1044.25 - 208) = 150.4362 (3)$
- $\int_{45.7}^{50} (2.09 - 0.04y)ydy = \int_{45.7}^{50} 2.09ydy - \int_{45.7}^{50} 0.04y^2dy = 2.09 \left(\frac{50^2}{2} - \frac{45.7^2}{2} \right) - 0.04 \left(\frac{y^3}{3} \right) \Big|_{45.7}^{50} = 430.0279 - 394.080 = 35.947 (4)$

Για το παρονομαστή :

- $\int_0^{11.6} 0.6dy = 0.6 * 11.6 = 6.96 (1)$
- $\int_{11.4}^{20.42} (1.12 - 0.04y)dy = 1.12dy \Big|_{11.4}^{20.42} - 0.04 \left(\frac{y^2}{2} \right) \Big|_{11.4}^{20.42} = 4.3621 (2)$
- $\int_{20.42}^{45.7} 0.18dy = 0.18(45.7 - 20.42) = 4.5504 (3)$
- $\int_{45.7}^{50} (2.09 - 0.04y)dy = \int_{45.7}^{50} 2.09dy - \int_{45.7}^{50} 0.04ydy = 2.09(50 - 45.7) - 0.04 \left(\frac{50^2}{2} - \frac{45.7^2}{2} \right) = 8.987 - 8.2302 = 0.7568 (4)$

Το οποίο ισούται με 14.7 (έναντι 16 που βγάζει στο MATLAB,ικανοποιητική προσέγγιση) .



AN $\Theta^{\Pi X}(0.4)$ AND $\Pi^X(0.6)$ TOTE $B^{\Delta K}(0.4)$

AN $\Theta^{\Pi X}(0.4)$ AND $\Pi^K(0.18)$ TOTE $B^{\Delta K}(0.18)$

AN $\Theta^X(0.6)$ AND $\Pi^X(0.6)$ TOTE $B^{\Delta K}(0.6)$

AN $\Theta^X(0.6)$ AND $\Pi^K(0.18)$ TOTE $B^K(0.18)$

Τα σημεία του δεύτερου παραδείγματος :

$$A = (50, 0)$$

$$B = (56.3, 0.25)$$

$$\Gamma = (81, 0.25)$$

$$\Delta = (87.3, 0.5)$$

$$E = (100, 0.5)$$

Τα ευθύγραμμα τμήματα:

$$AB = -1.99 + 0.03y$$

$$B\Gamma = 0.25$$

$$\Gamma\Delta = -2.96 + 0.03y$$

$$\Delta E = 0.5$$

Το κέντρο βάρους B (που είναι αντιπροσωπευτικό σημείο της Ασαφούς Εξόδου), ισούται με :

$$\beta = \frac{\int \mu(y) \cdot y dy}{\int \mu(y) dy}$$

$$= \frac{\int_{50}^{56.3} (-1.99 + 0.03y)y dy + \int_{56.3}^{81} 0.25y dy + \int_{81}^{87.3} (-2.96 + 0.03y)y dy + \int_{87.3}^{100} 0.5y dy}{\int_{50}^{56.3} (-1.99 + 0.03y) dy + \int_{56.3}^{81} 0.25 dy + \int_{81}^{87.3} (-2.96 + 0.03y) dy + \int_{87.3}^{100} 0.5 dy}$$

Ο αριθμητής είναι:

- $$\int_{50}^{56.3} (-1.99 + 0.03y)y dy = \int_{50}^{56.3} -1.99y dy + \int_{50}^{56.3} 0.03y^2 dy = \left[-1.99 \frac{y^2}{2}\right]_{50}^{56.3} + \left[0.03 \frac{y^3}{3}\right]_{50}^{56.3} = -1.99 \frac{56.3^2}{2} + 1.99 \frac{50^2}{2} + 0.03 \frac{56.3^3}{3} - 0.03 \frac{50^3}{3} = -3153.84 + 24.87.5 + 1784.53 - 1250 = -131.81 \quad (1)$$
- $$\int_{56.3}^{81} 0.25y dy = \left[\frac{0.25y^2}{2}\right]_{56.3}^{81} = 0.25 \frac{81^2}{2} - 0.25 \frac{56.3^2}{2} = 820.125 - 396.211 = 423.91 \quad (2)$$

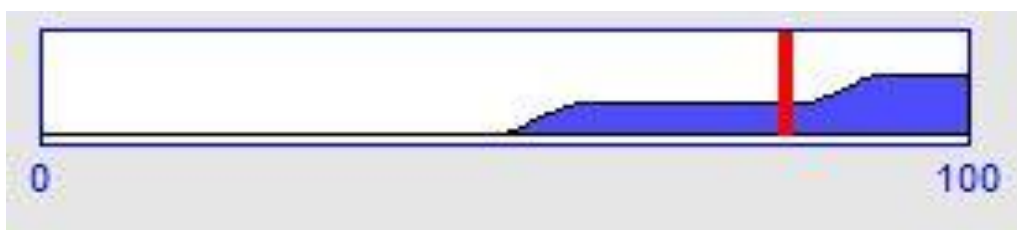
- $\int_{81}^{87.3} (-2.96 + 0.03y) y dy = \int_{81}^{87.3} -2.96y dy + \int_{81}^{87.3} 0.03y^2 dy =$
 $[-2.96 \frac{y^2}{2}]_{81}^{87.3} + [0.03 \frac{y^3}{3}]_{81}^{87.3} = -2.96 \frac{87.3^2}{2} + 2.96 \frac{81^2}{2} + 0.03 \frac{87.3^3}{3} -$
 $0.03 \frac{81^3}{3} = -11279.5 + 9710.28 + 6653.38 - 5314.41 = -230.25$ (3)
- $\int_{87.3}^{100} 0.5y dy = [0.5 \frac{y^2}{2}]_{87.3}^{100} = 0.5 \frac{100^2}{2} - 0.5 \frac{87.3^2}{2} = 2500 - 1905.32 =$
 594.68 (4)
- **Ο αριθμητής είναι (1) + (2) + (3) + (4) = -131.81 +**
423.91 - 230.25 + 594.68 = 656.53

Ο παρονομαστής είναι:

- $\int_{50}^{56.3} (-1.99 + 0.03y) dy = [-1.99y]_{50}^{56.3} + [0.03 \frac{y^2}{2}]_{50}^{56.3} = -1.99 * 56.3 +$
 $1.99 * 50 + 0.03 \frac{56.3^2}{2} - 0.03 \frac{50^2}{2} = -112.037 + 99.5 + 47.545 - 37.5 =$
 -2.46 (1)
- $\int_{56.3}^{81} 0.25 dy = [0.25]_{56.3}^{81} = 0.25 * 81 - 0.25 * 56.3 = 20.25 - 14.075 =$
 6.18 (2)
- $\int_{81}^{87.3} (-2.96 + 0.03y) dy =$
 $\int_{81}^{87.3} -2.96 dy + \int_{81}^{87.3} 0.03y dy = [-2.96y]_{81}^{87.3} + [0.03 \frac{y^2}{2}]_{81}^{87.3} = -2.96 * 87.3 +$
 $2.96 * 81 + 0.03 * 3810.6 - 0.03 * 3280.5 = -258.4 + 239.76 +$
 $114.3 - 98.41 = -2.75$ (3)
- $\int_{87.3}^{100} 0.5 dy = [0.5y]_{87.3}^{100} = 50 - 43.65 = 6.35$ (4)
- **Ο παρονομαστής είναι (1) + (2) + (3) + (4) =**
-2.46+6.18 - 2.75+6.35=7.32

Το κέντρο βάρους B(που είναι αντιπροσωπευτικό σημείο της Ασαφούς Εξόδου) ισούται με: $\frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}} = \frac{656.53}{7.32} = 89.6$

Το οποίο ισούται με 89.6 (έναντι 88.7 που βγάζει στο MATLAB, ικανοποιητική προσέγγιση).



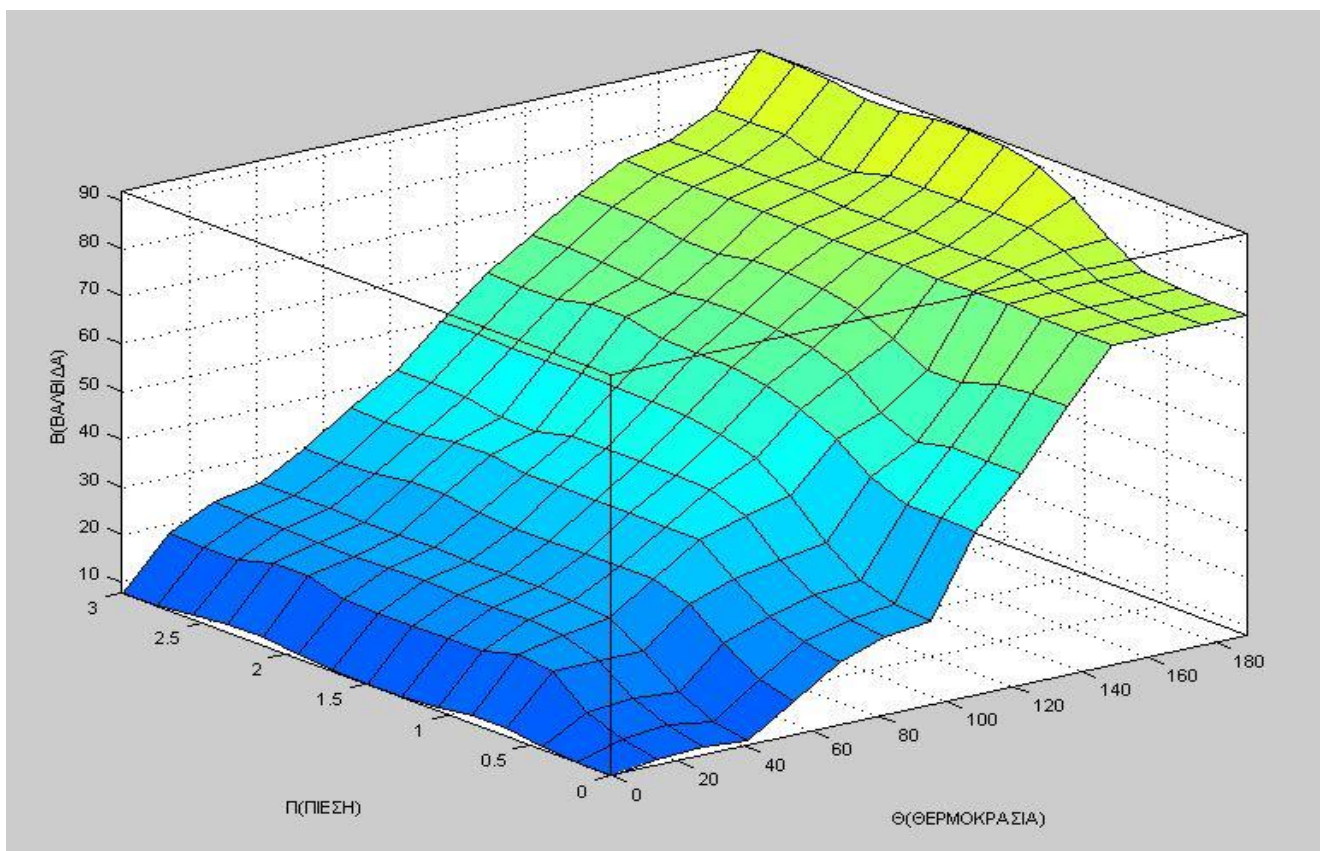
AN $\Theta^Y(0.37)$ AND $\Pi^K(0.6)$ TOTE $B^A(0.4)$

AN $\Theta^Y(0.37)$ AND $\Pi^Y(0.18)$ TOTE $B^A(0.18)$

AN $\Theta^{\Pi Y}(0.65)$ AND $\Pi^K(0.6)$ TOTE $B^{\Delta A}(0.6)$

AN $\Theta^{\Pi Y}(0.65)$ AND $\Pi^Y(0.18)$ TOTE $B^{\Delta A}(0.18)$

Η ασαφής επιφάνεια που εκφράζει τη σχέση των εισόδων Θ (θερμοκρασία) και Π (Πίεση) ως προς την έξοδο B (Βαλβίδα) δίνεται από το παρακάτω τρισδιάστατο γράφημα :



Βιβλιογραφία:

1. Εισαγωγή στην ΑΣΑΦΗ ΛΟΓΙΚΗ (Fuzzy Logic) – Δρ. Γιάννης Α. Θεοδώρου
2. MATLAB2011a Manual